کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر مربوط به مولف می باشد و زیراکس و یا استفاده از آن با اجازه کتبی از صاحب اثر و با ذکر منبع بلامانع است. در غیر اینصورت شرعا حرام و پیگرد قانونی خواهد داشت.

8

ALTERNATIVE FORMULATION OF EQUATION OF MOTION

8.1 DIRECT ANALYSIS OF TOTAL STRUCTURE–SOIL SYSTEM

آنالیز مستقیم برای حل سیستم خاک و سازه

در فصل سوم معادلات حرکت برای سیستم به روش زیرسازه استخراج شد. در این فصل با شروع از روش مستقیم مجدداً نتایج روش زیرسازه بدست آورده می‌شود. این مزایای امکان توضیح دادن روش مستقیم و مقایسه آن با روش زیرسازه را فراهم می‌کند. به طور خاص نشان داده می‌شود که دو روش معادل یکدیگر هستند به شرط آن که به صورت سازگار با هم به کار برده شوند که در این صورت نتایج آنها نیز منطبق بر هم است.

در این روش محیط خاک نیز به روش اجزاء محدود المان بندی (گسسته سازی) می‌شود. محیط خاک محدود به مرزهای مجازی می‌شود که این مرزها به اندازه کافی دور در نظر گرفته می‌شوند تا حدی که امواج حاصل در مرز بین خاک و سازه به هنگام تحریک لرزه‌ای به این مرزها نرسند.

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر مربوط به مولف می باشد و زیراکس و یا استفاده از آن با اجازه کتبی از صاحب اثر و با ذکر منبع بلامانع است. در غیر اینصورت شرعا حرام و پیگرد قانونی خواهد داشت.

نمادگذاری:

زیراندیس b : برای گره ها و درجات آزادی در مرز تماس بین خاک و سازه به کار می رود. b از کلمه base یا پایه

زیراندیس s : برای گره ها و درجات آزادی واقع بر روسازه که در تماس با خاک نیستند.

زیراندیس i : برای درجات آزادی و گره های واقع بر داخل محیط خاک (interior region)

زیراندیس r : برای درجات آزادی و گره های واقع بر مرز خارجی خاک (r برای reaction)

بالاندیس S : برای سازه یا روسازه

g : برای زمین پس از خاکبرداری

f : میدان آزاد بدون انجام خاکبرداری

e : برای خاک گودبرداری شده

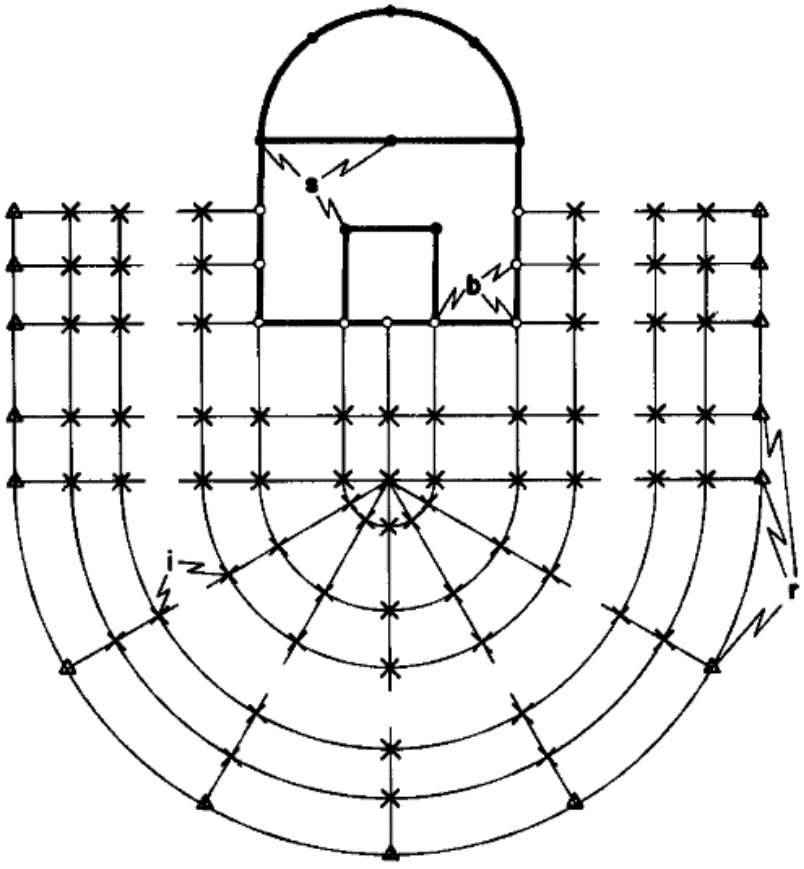

Figure 8-1 Total structure–soil system.

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر مربوط به مولف می باشد و زیراکس و یا استفاده از آن با اجازه کتبی از صاحب اثر و با ذکر منبع بلامانع است. در غیر اینصورت شرعا حرام و پیگرد قانونی خواهد داشت.

با اسمبل کردن ماتریس های مشخصات برای خاک و سازه معادله حرکت در حوزه زمان به روش مستقیم به صورت زیر نوشته می شود. (رابطه 8.1)

$$\begin{bmatrix} [M_{ss}] & [M_{sb}] & & \\ [M_{bs}] & [M^s_{bb}]+[\bar{M}^g_{bb}] & [\bar{M}_{bi}] & [\bar{M}_{ir}] \\ & [\bar{M}_{ib}] & [\bar{M}_{ii}] & [\bar{M}_{ir}] \\ & & [\bar{M}_{ri}] & [\bar{M}_{rr}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{r}^t_s\} \\ \{\ddot{r}^t_b\} \\ \{\ddot{r}^t_i\} \\ \{\ddot{r}^t_r\} \end{Bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} [C_{ss}] & [C_{sb}] & & \\ [C_{bs}] & [C^s_{bb}]+[\bar{C}^g_{bb}] & [\bar{C}_{bi}] & [\bar{C}_{ir}] \\ & [\bar{C}_{ib}] & [\bar{C}_{ii}] & [\bar{C}_{ir}] \\ & & [\bar{C}_{ri}] & [\bar{C}_{rr}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{r}^t_s\} \\ \{\dot{r}^t_b\} \\ \{\dot{r}^t_i\} \\ \{\dot{r}^t_r\} \end{Bmatrix} \qquad (8.1)$$

$$+ \begin{bmatrix} [K_{ss}] & [K_{sb}] & & \\ [K_{bs}] & [K^s_{bb}]+[\bar{K}^g_{bb}] & [\bar{K}_{bi}] & [\bar{K}_{ir}] \\ & [\bar{K}_{ib}] & [\bar{K}_{ii}] & [\bar{K}_{ir}] \\ & & [\bar{K}_{ri}] & [\bar{K}_{rr}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{r^t_s\} \\ \{r^t_b\} \\ \{r^t_i\} \\ \{r^t_r\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{0\} \\ \{0\} \\ \{R_r\} \end{Bmatrix}$$

[M]، [C] و [K] به ترتیب ماتریس های جرم، سختی و میرایی هستند.

علامت «-» برای ماتریس های مشخصات خاک به کار می رود که با المان بندی به روش اجزاء محدود تعدی درجات آزادی «ناپ» بدست آمده اند.

در مرز تماس سازه یا خاک (پایه) ماتریس های مشخصات خاک و سازه با هم جمع بسته می شوند.

$\{r\}$ بردار تغییر مکان ها است و با اندیس t به حرکت کل اشاره دارد.

$\{R\}$ بردار واکنش ها در کل مرزهای مجازی یا خارجی.

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر مربوط به مولف می باشد و زیراکس و یا استفاده از آن با اجازه کتبی از صاحب اثر و با ذکر منبع بلامانع است. در غیر اینصورت شرعا حرام و پیگرد قانونی خواهد داشت.

برای آنکه آنالیز مستقیم معتبر باشد، مرزهای خارجی خاک به اندازه کافی دور (دورتر) گرفته می‌شوند تا جایی که حرکت میدان آزاد اعمال می‌گردد. بنابراین حرکت میدان آزاد در روش مستقیم نیز باید کاسبه شود. (مثلاً با استفاده از روش‌های فصل ششم).

$$\{\ddot{r}_r^t\} = \{\ddot{r}_r^f\}$$
$$\{\dot{r}_r^t\} = \{\dot{r}_r^f\} \qquad (8.2)$$
$$\{r_r^t\} = \{r_r^f\}$$

با حذف معادلات تعادل روی مرزهای خارجی شامل گره‌های r (که فقط به منظور محاسبه بردار $\{R\}$ به کار می‌روند) و با جایگذاری رابطه (8.2) در (8.1) و هم‌چنین مرتب سازی داریم:

$$[\bar{M}_{ib}]\{\ddot{r}_b^t\} + [\bar{M}_{ii}]\{\ddot{r}_i^t\} + [\bar{M}_{ir}]\{\ddot{r}_r^t\}$$
$$+ [\bar{C}_{ib}]\{\dot{r}_b^t\} + [\bar{C}_{ii}]\{\dot{r}_i^t\} + [\bar{C}_{ir}]\{\dot{r}_r^t\}$$
$$+ [\bar{K}_{ib}]\{r_b^t\} + [\bar{K}_{ii}]\{r_i^t\} + [\bar{K}_{ir}]\{r_r^t\} = \{0\}$$

$$\rightarrow [\bar{M}_{ib}]\{\ddot{r}_b^t\} + [\bar{M}_{ii}]\{\ddot{r}_i^t\}$$
$$+ [\bar{C}_{ib}]\{\dot{r}_b^t\} + [\bar{C}_{ii}]\{\dot{r}_i^t\}$$
$$+ [\bar{K}_{ib}]\{r_b^t\} + [\bar{K}_{ii}]\{r_i^t\} = -[\bar{M}_{ir}]\{\ddot{r}_r^t\}$$
$$-[\bar{C}_{ir}]\{\dot{r}_r^t\}$$
$$-[\bar{K}_{ir}]\{r_r^t\}$$
$$= -[\bar{M}_{ir}]\{\ddot{r}_r^f\}$$
$$-[\bar{C}_{ir}]\{\dot{r}_r^f\}$$
$$-[K_{ir}]\{r_r^f\}$$

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر مربوط به مولف می باشد و زیراکس و یا استفاده از آن با اجازه کتبی از صاحب اثر و با ذکر منبع بلامانع است. در غیر اینصورت شرعا حرام و پیگرد قانونی خواهد داشت.

باحذف معادلات تعادل روی مرزهای خارجی شامل گره‌های r که فقط به منظور محاسبه بردار {R} به کار می‌روند) و با جایگذاری رابطه (8.2) در (8.1) و هم‌چنین مرتب سازی داریم:

$$\begin{bmatrix} [M_{ss}] & [M_{sb}] & [\bar{M}_{bi}] \\ [M_{bs}] & [M^s_{bb}]+[\bar{M}^g_{bb}] & [\bar{M}_{ii}] \\ & [\bar{M}_{ib}] & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{r}^f_s\} \\ \{\ddot{r}^f_b\} \\ \{\ddot{r}^f_i\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [C_{ss}] & [C_{sb}] & [\bar{C}_{bi}] \\ [C_{bs}] & [C^s_{bb}]+[\bar{C}^g_{bb}] & [\bar{C}_{ii}] \\ & [\bar{C}_{ib}] & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{r}^f_s\} \\ \{\dot{r}^f_b\} \\ \{\dot{r}^f_i\} \end{Bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} [K_{ss}] & [K_{sb}] & [\bar{K}_{bi}] \\ [K_{bs}] & [K^s_{bb}]+[\bar{K}^g_{bb}] & [\bar{K}_{ii}] \\ & [\bar{K}_{ib}] & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{r^f_s\} \\ \{r^f_b\} \\ \{r^f_i\} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{0\} \\ [\bar{M}_{ir}]\{\ddot{r}^f_r\}+[\bar{C}_{ir}]\{\dot{r}^f_r\}+[\bar{K}_{ir}]\{r^f_r\} \end{Bmatrix} \quad (8.3)$$

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر مربوط به مولف می باشد و زیراکس و یا استفاده از آن با اجازه کتبی از صاحب اثر و با ذکر منبع بلامانع است. در غیر اینصورت شرعا حرام و پیگرد قانونی خواهد داشت.

معادلات حرکت برای روش مستقیم در حوزه فرکانس

با استفاده از روش پاسخ مختلط در بخش (2.6) معادلات حرکت در حوزه فرکانس به شکل زیر نوشته می‌شوند.

8.1.2 Equation of Motion in Frequency Domain

Using the complex-response method (Section 2.6), the equations of motion (Eq. 8.3) in the frequency domain are as follows:

$$\begin{bmatrix} [S_{ss}] & [S_{sb}] & [\bar{S}_{si}] \\ [S_{bs}] & [S^s_{bb}] + [\bar{S}^g_{bb}] & [\bar{S}_{bi}] \\ & [\bar{S}_{ib}] & [\bar{S}_{ii}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u^t_s\} \\ \{u^t_b\} \\ \{u^t_i\} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{0\} \\ [\bar{S}_{ir}]\{u^t_r\} \end{Bmatrix} \tag{8.4}$$

with the dynamic-stiffness matrix $[S]$ (Eq. 2.10)

$$[S] = [K] + i\omega[C] - \omega^2[M] \tag{8.5}$$

and with $\{u\}$, the vector of displacement amplitudes, and $\{r\}$ forming a Fourier transform pair (analogous to Eq. 2.17).

$$\{u\} = \int_{-\infty}^{+\infty} \{r\} \exp(-i\omega t)\, dt \tag{8.6a}$$

$$\{r\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \{u\} \exp(i\omega t)\, d\omega \tag{8.6b}$$

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر مربوط به مولف می باشد و زیراکس و یا استفاده از آن با اجازه کتبی از صاحب اثر و با ذکر منبع بلامانع است. در غیر اینصورت شرعا حرام و پیگرد قانونی خواهد داشت.

روابط (8.5) و (8.6) برای تمام بردارها و زیرماتریس ها به کار می روند. با ضرب ردیف سوم داریم:

$$[\bar{S}_{ib}]\{u_b^t\} + [\bar{S}_{ii}]\{u_i^t\} = -[\bar{S}_{ir}]\{u_r^f\}$$

$$[\bar{S}_{ib}]\{u_b^t\} + [\bar{S}_{ir}]\{u_r^f\} = -[\bar{S}_{ii}]\{u_i^t\}$$

$$\Rightarrow \{u_i^t\} = -[\bar{S}_{ii}]^{-1}\left([\bar{S}_{ib}]\{u_b^t\} + [\bar{S}_{ir}]\{u_r^f\}\right)$$

ضرب ردیف دوم

$$[S_{bs}]\{u_s^t\} + \left([S_{bb}^s] + [\bar{S}_{bb}^g]\right)\{u_b^t\} + [\bar{S}_{bi}]\{u_i^t\} = 0$$

$$[S_{bs}]\{u_s^t\} + \left([S_{bb}^s]\{u_b^t\} + [\bar{S}_{bb}^g]\{u_b^t\} +$$

$$[\bar{S}_{bi}]\left(-[\bar{S}_{ii}]^{-1}\left([\bar{S}_{ib}]\{u_b^t\} + [\bar{S}_{ir}]\{u_r^f\}\right)\right) = 0$$

$$\Rightarrow [S_{bs}]\{u_s^t\} + [S_{bb}^s]\{u_b^t\}$$

$$+ \underbrace{\left([\bar{S}_{bb}^g] - [\bar{S}_{bi}][\bar{S}_{ii}]^{-1}[\bar{S}_{ib}]\right)}_{[S_{bb}^g]}\{u_b^t\} = \underbrace{+[\bar{S}_{bi}][\bar{S}_{ii}]^{-1}[\bar{S}_{ir}]}_{-[S_{br}]}\{u_r^f\}$$

$$\Rightarrow [S_{bs}]\{u_s^t\} + \left([S_{bb}^s] + [\bar{S}_{bb}^g]\right)\{u_b^t\} = -[S_{br}]\{u_r^f\}$$

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر مربوط به مولف می باشد و زیراکس و یا استفاده از آن با اجازه کتبی از صاحب اثر و با ذکر منبع بلامانع است. در غیر اینصورت شرعا حرام و پیگرد قانونی خواهد داشت.

Eliminating all degrees of freedom of the interior nodes of the soil i (dynamic condensation) from Eq. 8.4 results in

$$\begin{bmatrix} [S_{ss}] & [S_{sb}] \\ [S_{bs}] & [S^g_{bb}] + [S^s_{bb}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u^t_s\} \\ \{u^t_b\} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \{0\} \\ [S_{br}]\{u^f_r\} \end{Bmatrix} \tag{8.7}$$

where

$$[S^g_{bb}] = [\bar{S}^g_{bb}] - [\bar{S}_{bi}][\bar{S}_{ii}]^{-1}[\bar{S}_{ib}] \tag{8.8a}$$

$$[S_{br}] = -[\bar{S}_{bi}][\bar{S}_{ii}]^{-1}[\bar{S}_{ir}] \tag{8.8b}$$

معادله (۸.۷) یک فرمول‌بندی ممکن برای آنالیز دینامیکی خاک و سازه را برحسب تغییر مکان کل نشان می‌دهد. با این حال استفاده از این معادله رایج و سودمند نیست. چرا که بردار نیروی موثر که بر گره های پایه بالایی ط واردی شوند به صورت حاصلضرب ماتریس سختی ضربدری وابسته $[S_{br}]$ و بردار جابجایی درجات مبدا آزاد روی درجات آزادی مرزی مجازی تعریف شده است ($[u^f_r]$). تعیین $[S_{br}]$ نیز کار ساده‌ای نیست.

با این حال عبارت سمت چپ معادله آشنا هستند. $[S^g_{bb}]$ ماتریس سختی دینامیکی خاک بعد از خاکبرداری را نشان می‌دهد. $[S_{ss}]$، $[S_{sb}]$ و $[S^s_{bb}]$ زیرماتریس‌های سختی سازه هستند. با فرض مستقل بودن میرایی ماده‌ای از فرکانس تحریک داریم

$$[S_{ss}] = [K_{ss}](1 + 2\zeta i) - \omega^2[M_{ss}] \tag{8.9a}$$

$$[S_{sb}] = [K_{sb}](1 + 2\zeta i) - \omega^2[M_{sb}] \tag{8.9b}$$

$$[S^s_{bb}] = [K^s_{bb}](1 + 2\zeta i) - \omega^2[M^s_{bb}] \tag{8.9c}$$

The damping ratio ζ is assumed constant throughout the structure in the following. This is not imperative. It does, however, allow the formulas to be written more concisely.

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر مربوط به مولف می باشد و زیراکس و یا استفاده از آن با اجازه کتبی از صاحب اثر و با ذکر منبع بلامانع است. در غیر اینصورت شرعا حرام و پیگرد قانونی خواهد داشت.

8.4 APPROXIMATE FORMULATION IN TIME DOMAIN

به طور کلی می توان سیستم خاک- سازه را با پذیرفتن تقریب هایی در حوزه زمان تحلیل نمود. یکی از مهم ترین این تقریب ها چشم پوشی از وابستگی ماتریس مقاومت دینامیکی خاک به فرکانس تحریک است. نکته دیگر این است که رابطه نیرو- تغییر مکان در تردید اگر مستقل از فرکانس در نظر گرفته می شود

به علاوه، در موارد خاص فرض می شود که کل سیستم خاک و سازه دارای مودهای ارتعاشی کلاسیک هستند

8.4.1 Basic Equation of Motion in Total Displacements

روش زیرسازه در حوزه زمان

به طور کلی تمام معادلات دینامیکی در حوزه فرکانس می توانند به شکلی که در ادامه می آید تقریب زده شوند. به عنوان مثال، معادله (8.49) به شکل زیر باز نویسی می شود.

$$\begin{bmatrix} [S_{ss}] & [S_{so}] \\ [S_{os}] & [S^s_{oo}]+[S^g_{oo}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u^t_s\} \\ \{u^t_o\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ [S^g_{oo}]\{u^g_o\} \end{Bmatrix} \qquad (8.49)$$

$$\begin{bmatrix} [M_{ss}] & [M_{so}] \\ [M_{os}] & [M^s_{oo}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{r}^t_s\} \\ \{\ddot{r}^t_o\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [C_{ss}] & [C_{so}] \\ [C_{os}] & [C^s_{oo}]+[C^g_{oo}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{r}^t_s\} \\ \{\dot{r}^t_o\} \end{Bmatrix}$$
$$+ \begin{bmatrix} [K_{ss}] & [K_{so}] \\ [K_{os}] & [K^s_{oo}]+[K^g_{oo}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{r^t_s\} \\ \{r^t_o\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ [K^g_{oo}]\{r^g_o\}+[C^g_{oo}]\{\dot{r}^g_o\} \end{Bmatrix} \qquad (8.60)$$

در رابطه (8.60) حروف r تغییر مکان را به صورت تابعی از زمان نشان می دهد. $\{r^g_o\}$ و $\{\dot{r}^g_o\}$ بردار جابجایی و سرعت برای حرکت پرانگنده هستند.

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر مربوط به مولف می باشد و زیراکس و یا استفاده از آن با اجازه کتبی از صاحب اثر و با ذکر منبع بلامانع است. در غیر اینصورت شرعا حرام و پیگرد قانونی خواهد داشت.

ماتریس سختی دینامیکی خاک به صورت زیر تعریف می شود.

$$[S^g_{oo}(\omega)] = [K^g_{oo}] + i\omega[C^g_{oo}] \qquad (8.61)$$

که در آن $[K^g_{oo}]$ شامل ضرایب سختی فنر و $[C^g_{oo}]$ شامل ثابت های میرایی است. هر دو این ماتریس ها به صورت مستقل از فرکانس در نظر گرفته می شوند. بنابراین هر دو آنها در نرم افزار جزء اصلی سیستم خاک - سازه می باشند. معادله (8.60) می تواند مثلاً با استفاده از انتگرال گیری مستقیم حل شود. به این ترتیب حتی می توان سازه را به صورت غیرخطی مدلسازی نمود.